

Giải tích

CALCULUS 7e

TẬP 1

James Stewart



NHÀ XUẤT BẢN HỒNG ĐỨC

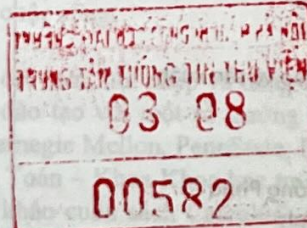
GIẢI TÍCH, Phiên bản thứ 7

Calculus, Seventh Edition

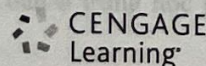
James Stewart

Đại học McMaster

và Đại học Toronto



NHÀ XUẤT BẢN HỒNG ĐỨC



Australia • Brazil • Mexico • Singapore • United Kingdom • United States

Lời Giới Thiệu

Toán học là nền tảng kiến thức cũng là công cụ cơ bản cho việc học tập và nghiên cứu của hầu hết các ngành khoa học và kỹ thuật khác. Mặc dù được đánh giá cao về vai trò và vị trí trong chương trình đào tạo của hệ thống các trường Đại học tại Việt Nam nhưng, trong suốt một thời gian dài, môn Toán cao cấp cho khối ngành kỹ thuật và công nghệ thông tin (được gọi chung là Toán cao cấp A) lại được xây dựng và đào tạo với một lối kiến thức khá “hàn lâm” và thiên về lý thuyết Toán học thuần túy. Đáng kể đến là bộ tài liệu Toán cao cấp của tác giả Nguyễn Đình Trí được xuất bản vào năm 2006 bởi Nhà Xuất Bản Giáo Dục. Trong bộ sách ba tập này, tác giả Nguyễn Đình Trí đã trình bày khá đầy đủ các nội dung lý thuyết căn bản về Toán cao cấp nhưng không chú trọng nhiều đến yếu tố ứng dụng. Điều này tạo nên một cảm giác “khô khan” và có phần “nhàm chán” đối với người học cũng như người dạy. Cả người học và người dạy khó có thể tìm được những ứng dụng cơ bản của Toán học lên các lĩnh vực khoa học tự nhiên, khoa học xã hội và những vấn đề thực tiễn của cuộc sống.

Thực hiện theo chủ trương đổi mới, hội nhập và nâng cao chất lượng đào tạo, Trường Đại học Duy Tân đã liên kết đào tạo với một số trường Đại học uy tín của Mỹ và các nước khác trên thế giới như Carnegie Mellon, PennState, Fulleton,... . Đi cùng với xu thế phát triển của trường, Bộ môn Toán – Khoa Khoa học tự nhiên của Trường Đại học Duy Tân đã sớm tiếp cận và tham khảo cuốn sách Calculus – 7E của tác giả James Stewart, được xuất bản bởi Nhà Xuất Bản Cengage, phục vụ cho việc đào tạo Toán cao cấp A tại trường. Nhận thấy cuốn sách thực sự là một “tác phẩm đồ sộ” và đầy đủ đối với phạm vi Toán cao cấp cho khối ngành kỹ thuật và công nghệ thông tin, Trường Đại học Duy Tân đã chủ động làm việc với Nhà Xuất Bản Cengage để tiến hành dịch sang tiếng Việt và xuất bản cuốn sách này. Có thể nói rằng, cuốn sách góp phần đưa nền giáo dục đại học Việt Nam tiếp cận với nền giáo dục đại học tiên tiến của thế giới, giải quyết sự thiếu hụt yếu tố ứng dụng của Toán cao cấp trong nước hiện nay nói chung và đảm bảo được tính thống nhất trong đào tạo của Đại học Duy Tân nói riêng, khi mà các chương trình tiên tiến đã được chuyển giao giảng dạy tại trường.

Để phù hợp với chương trình đào tạo đại học ở Việt Nam nói chung và ở Trường Đại học Duy Tân nói riêng, nhóm biên dịch đã chủ động chia cuốn sách ra thành hai tập. (Ngoài vấn đề về chương trình đào tạo, một lý do khác mà chúng tôi phân chia thành hai tập là dựa vào nội dung cuốn sách). Tập một dành cho giải tích hàm một biến, bao gồm lý thuyết phương trình vi phân và lý thuyết chuỗi. Tập hai chứa các nội dung còn lại của Toán cao cấp, bao gồm giải tích hàm nhiều biến và giải tích vector. Theo đó, cuốn tập một này sẽ chứa 11 chương đầu của cuốn nguyên bản, bao gồm: Hàm số và giới hạn; Đạo hàm; Ứng dụng của đạo hàm; Tích phân; Ứng dụng của tích phân; Hàm ngược; Các kỹ thuật tính tích phân; Các ứng dụng khác của tích phân; Phương trình vi phân; Phương trình tham số và hệ tọa độ cực; Dãy vô hạn và chuỗi. Cuốn tập hai sẽ chứa sáu chương còn lại của cuốn nguyên bản. Ngoài các chương về nội dung chính, nhằm hỗ trợ cho người học nhớ lại các kiến thức Toán ở trung học phổ thông, cả hai tập sách đều chứa phần Phụ lục và chú thích đầy đủ.

Đề hoàn thành được tập sách này, nhóm Dịch thuật (thuộc Trung tâm học liệu của Trường Đại học Duy Tân), với sự cộng tác của Tiến sĩ Toán học Võ Thanh Tùng, đã làm việc trong suốt gần một năm. Sau khi biên dịch xong, cuốn sách được chuyển về Bộ môn Toán và được hiệu đính bởi các Giảng viên thuộc Bộ môn Toán – Trường Đại học Duy Tân, dưới sự chủ trì của Tiến sĩ Toán học Đặng Văn Cường, trước khi chuyển đến nhà xuất bản. Mặc dù đã được đọc lại nhiều lần và cũng đã tham khảo một số ý kiến của một số chuyên gia trong việc chuyển nghĩa của các từ tiếng Anh sang tiếng Việt, cuốn sách vẫn sẽ không tránh khỏi những thiếu sót, mong bạn đọc góp ý thêm để cuốn sách được hoàn thiện hơn trong tái bản lần hai.

Thông qua việc xuất bản cuốn sách, Bộ môn Toán, nói riêng, và các Giảng viên Khoa Khoa học tự nhiên của trường Đại học Duy Tân, nói chung, muốn gửi lời cảm ơn sâu sắc đến Ban giám hiệu trường Đại học Duy Tân về những nỗ lực đưa hệ thống tài liệu tiên tiến về Khoa và hỗ trợ Khoa hoàn tất các bản dịch cũng như xuất bản các bộ sách này! Khoa cũng hy vọng sẽ tiếp tục nhận được sự hỗ trợ của Ban giám hiệu để hoàn tất tủ sách khoa học tự nhiên của Khoa trong thời gian tới.

Đại diện nhóm biên dịch
TS. ĐẶNG VĂN CƯỜNG

Mục Lục

Lời nói đầu	xi
Dành cho sinh viên	xxiii
Các bài kiểm tra thử	xxiv

Tổng Quan Về Giải Tích 1

1 Hàm Số và Giới Hạn 9

1.1	Bốn phương pháp biểu diễn hàm số	10
1.2	Các mô hình toán học: Các hàm số cơ bản	23
1.3	Xây dựng hàm số mới từ các hàm số đã biết	36
1.4	Các bài toán về tiếp tuyến và vận tốc	44
1.5	Giới hạn của hàm số	50
1.6	Tính giới hạn bằng các quy tắc giới hạn	62
1.7	Định nghĩa chính xác về giới hạn	72
1.8	Tính liên tục	81
	Ôn tập	93
	Các quy tắc giải toán	97

2 Đạo Hàm 103

2.1	Đạo hàm và tốc độ biến thiên	104
	Dự án viết - Các phương pháp đơn giản để tìm tiếp tuyến	114
2.2	Đạo hàm như là một hàm số	114
2.3	Các công thức tính đạo hàm	126
	Dự án ứng dụng - Xây dựng một đường ray tàu lượn tốt hơn	140
2.4	Đạo hàm của các hàm lượng giác	140
2.5	Quy tắc đạo hàm hàm hợp	148
	Dự án ứng dụng - Phi công nên bắt đầu hạ độ cao ở vị trí nào?	156
2.6	Đạo hàm hàm ẩn	157
	Dự án thử nghiệm - Họ các đường cong ẩn	163

2.7	Tốc độ biến thiên trong khoa học tự nhiên và xã hội	164
2.8	Các tỷ lệ tương quan	176
2.9	Xấp xỉ tuyến tính và vi phân	183
	Dự án thử nghiệm ▪ Đa thức Taylor	189
	Ôn tập	190
	Bài tập bổ sung	194

3 Ứng Dụng Của Đạo Hàm 197

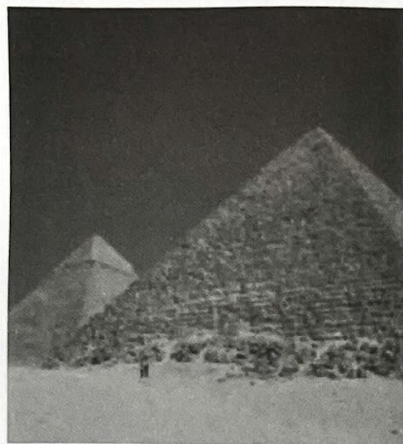


3.1	Giá trị cực đại và cực tiểu	198
	Dự án ứng dụng ▪ Bài toán về cầu vồng	206
3.2	Định lý giá trị trung bình	208
3.3	Đạo hàm cho biết hình dáng của đồ thị	213
3.4	Giới hạn ở vô cực; Tiệm cận ngang	223
3.5	Tóm tắt việc vẽ phác họa đường cong	237
3.6	Vẽ đồ thị bằng giải tích và máy tính	244
3.7	Các bài toán tối ưu hóa	250
	Dự án ứng dụng ▪ Hình dạng của một chiếc hộp	262
3.8	Phương pháp Newton	263
3.9	Nguyên hàm	269
	Ôn tập	275
	Bài tập bổ sung	279

4 Tích Phân 283



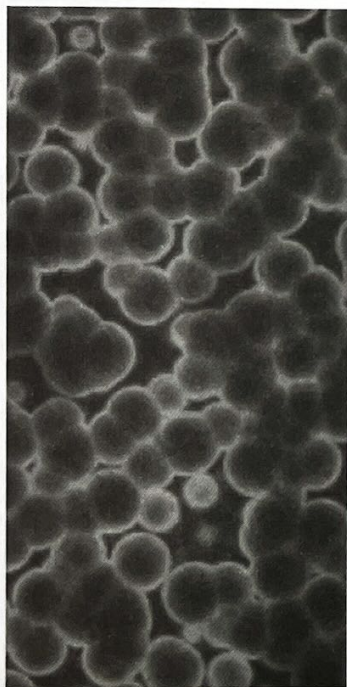
4.1	Diện tích và khoảng cách	284
4.2	Tích phân xác định	295
	Dự án khám phá ▪ Các hàm diện tích	309
4.3	Định lý cơ bản của giải tích	310
4.4	Tích phân bất định và Định lý biến thiên toàn phần	321
	Dự án viết ▪ Newton, Leibniz, và phát minh ra giải tích	329
4.5	Quy tắc đổi biến	330
	Ôn tập	337
	Bài tập bổ sung	341

5 Ứng Dụng Của Tích Phân 343

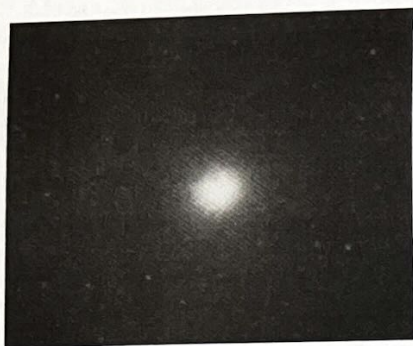
- 5.1 Diện tích phần nằm giữa các đường cong 344
 Dự án ứng dụng ▪ Chỉ số Gini 351
- 5.2 Thể tích 352
- 5.3 Tính thể tích bằng phương pháp vỏ trụ 363
- 5.4 Công 368
- 5.5 Giá trị trung bình của hàm số 373
 Dự án ứng dụng ▪ Tích phân và bóng chày 376
- Ôn tập 378
- Bài tập bổ sung 380

6 Hàm Ngược 383

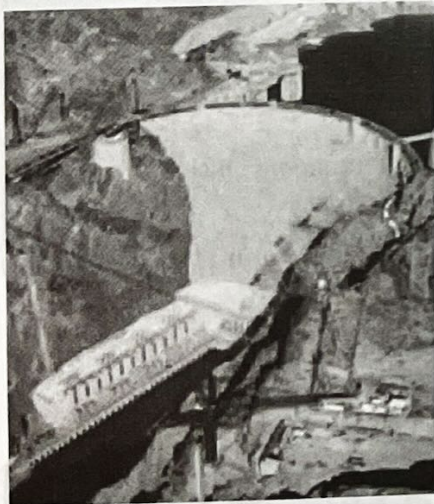
Hàm mũ, Hàm logarit, và Hàm lượng giác ngược



- 6.1 Hàm ngược 384
- | | |
|---------------------------------|--|
| 6.2 Hàm mũ và đạo hàm 391 | 6.2* Hàm logarit tự nhiên 421 |
| 6.3 Hàm logarit 404 | 6.3* Hàm mũ tự nhiên 429 |
| 6.4 Đạo hàm của hàm logarit 410 | 6.4* Hàm mũ và Hàm logarit tổng quát 437 |
- 6.5 Tăng trưởng và phân rã theo hàm mũ 446
- 6.6 Các hàm lượng giác ngược 453
 Dự án ứng dụng ▪ Ngồi ở vị trí nào trong rạp chiếu phim 461
- 6.7 Hàm hyperbolic 462
- 6.8 Các dạng vô định và Quy tắc l'Hospital 469
 Dự án ứng dụng ▪ Nguồn gốc của Quy tắc l'Hospital 480
- Ôn tập 480
- Bài tập bổ sung 485



- 7.1 Tích phân từng phần 488
- 7.2 Tích phân các hàm lượng giác 495
- 7.3 Phép đổi biến lượng giác 502
- 7.4 Tích phân các hàm hữu tỷ bằng các phân thức đơn 508
- 7.5 Chiến lược lấy tích phân 518
- 7.6 Tính tích phân dựa vào bảng và hệ thống đại số máy tính 524
 - Dự án ứng dụng ▪ Các dạng trong tích phân 529
- 7.7 Tính xấp xỉ tích phân 530
- 7.8 Tích phân suy rộng 543
 - Ôn tập 553
- Bài tập bổ sung 557



- 8.1 Độ dài cung 562
 - Dự án khám phá ▪ Tranh luận về độ dài cung 569
- 8.2 Diện tích mặt tròn xoay 569
 - Dự án khám phá ▪ Xoay quanh một đường xiên 575
- 8.3 Ứng dụng vào vật lý và kỹ thuật 576
 - Dự án khám phá ▪ Các Tách Cà Phê Kê Bù 586
- 8.4 Ứng dụng vào kinh tế và sinh học 587
- 8.5 Xác suất 592
 - Ôn tập 599
- Bài tập bổ sung 601



- 9.1 Mô hình hóa bằng phương trình vi phân 604
- 9.2 Trường định hướng và Phương pháp Euler 609
- 9.3 Phương trình tách biến 618
 - Dự án ứng dụng ▪ Tốc độ thoát nước của bể chứa 627
 - Dự án ứng dụng ▪ Việc nào xảy ra nhanh hơn: Quả bóng bay lên hay rơi xuống? 628
- 9.4 Các mô hình tăng trưởng dân số 629
- 9.5 Phương trình tuyến tính 640

9.6 Hệ Thù sẵn - Con mồi 646

Ôn tập 653

Bài tập bổ sung 657

10 Phương Trình Tham Số và Hệ Tọa Độ Cực 659

10.1 Các đường cong xác định bởi phương trình tham số 660

Dự án thử nghiệm ▪ Đường tròn chạy quanh đường tròn 668

10.2 Phép vi tích phân của đường cong tham số 669

Dự án thử nghiệm ▪ Đường cong Bézier 677

10.3 Hệ tọa độ cực 678

Dự án thử nghiệm ▪ Họ các đường cong cực 688

10.4 Diện tích và độ dài trong tọa độ cực 689

10.5 Tiết diện hình nón 694

10.6 Tiết diện hình nón trong hệ tọa độ cực 702

Ôn tập 709

Bài tập bổ sung 712

11 Dây Vô Hạn và Chuỗi 713

11.1 Dây số 714

Dự án thử nghiệm ▪ Dây Logistic 727

11.2 Chuỗi số 727

11.3 Tiêu chuẩn tích phân và ước lượng tổng 738

11.4 Tiêu chuẩn so sánh 746

11.5 Chuỗi đan dấu 751

11.6 Hội tụ tuyệt đối, tiêu chuẩn tỉ số và tiêu chuẩn căn thức 756

11.7 Chiến lược khảo sát chuỗi 763

11.8 Chuỗi lũy thừa 765

11.9 Biểu diễn hàm số dưới dạng chuỗi lũy thừa 770

11.10 Chuỗi Taylor - Maclaurin 777

Dự án thử nghiệm ▪ Một giới hạn khó tìm 791

Dự án viết ▪ Newton đã phát hiện ra chuỗi nhị thức như thế nào 791

11.11 Ứng dụng của đa thức Taylor 792

Dự án ứng dụng ▪ Bức xạ từ các ngôi sao 801

Ôn tập 802

Bài tập bổ sung 805

Lời Nói Đầu

Một khám phá vĩ đại giúp giải quyết một bài toán lớn, tuy nhiên, luôn có một chuỗi các phát hiện nhỏ trong quá trình giải bất kỳ bài toán nào. Bài toán của bạn có thể bình thường; nhưng nếu nó thách thức trí tò mò của bạn và đem vào cuộc chơi khả năng sáng tạo của bạn, và nếu bạn giải quyết nó bằng các phương pháp của chính bạn, thì bạn có thể trải nghiệm được sự căng thẳng và hưởng thụ niềm vui chiến thắng thử thách.

GEORGE POLYA

Nghệ thuật giảng dạy, theo Mark Van Doren, là nghệ thuật giúp đưa đến các khám phá. Tôi đã cố gắng để viết một cuốn sách hỗ trợ sinh viên trong việc khám phá môn học giải tích — vì sức mạnh thực tiễn của nó và vì cả vẻ đẹp đáng kinh ngạc của nó nữa. Trong ấn bản này, cũng như trong sáu ấn bản trước, tôi muốn truyền tải đến sinh viên ý thức về khả năng ứng dụng của giải tích và phát triển năng lực ứng dụng trong chuyên môn của họ, tuy nhiên, tôi cũng cố gắng đưa ra một số đánh giá về vẻ đẹp nội tại của chủ đề này. Newton chắc chắn đã từng trải nghiệm cảm giác chiến thắng khi ông làm ra phát kiến vĩ đại của mình. Tôi muốn các bạn sinh viên cùng chia sẻ cảm giác đó.

Phản trọng tâm nằm ở việc hiểu các khái niệm. Tôi nghĩ hầu như mọi người đều đồng ý rằng đây là mục tiêu cơ bản của việc dạy giải tích. Thật vậy, động cơ thúc đẩy cho cuộc vận động cải cách giải tích hiện tại bắt nguồn từ Hội nghị Tulane năm 1986, được hình thành theo đúng như đề xuất ban đầu của họ:

Tập trung vào việc hiểu khái niệm.

Tôi đã cố gắng hoàn thành mục tiêu này thông qua *Quy tắc số 3*: “Các chủ đề nên được trình bày theo phương diện hình học, số học, và đại số.” Sự quan sát, thực nghiệm bằng số và đồ thị, cùng với các phương pháp khác đã làm thay đổi cách chúng ta dạy lập luận khái niệm theo những phương pháp cơ bản. Quy tắc số 3 được mở rộng thành *Quy tắc số 4* bằng cách nhấn mạnh quan điểm bằng lời nói hoặc sự mô tả.

Trong khi viết phiên bản thứ 7 này, tiền đề tôi đưa ra là: chúng ta có thể đạt được sự hiểu biết về khái niệm mà vẫn giữ lại được những nét truyền thống tốt nhất của giải tích truyền thống. Cuốn sách chứa đựng các yếu tố đổi mới, nhưng vẫn nằm trong bối cảnh một chương trình giảng dạy truyền thống.

Các Phiên Bản Khác

Tôi có viết một số cuốn sách giáo khoa khác về giải tích mà có lẽ được một số giảng viên thích hơn. Hầu hết những cuốn sách này cũng là các phiên bản một biến và nhiều biến.

- *Calculus*, Phiên bản thứ 7, Hybrid Version, tương tự như cuốn giáo khoa hiện tại về nội dung và trang bìa, ngoại trừ việc tất cả các bài tập ở cuối sách chỉ có ở trang web Enhanced WebAssign. Sách in bao gồm tất cả tài liệu ôn tập ở cuối mỗi chương.
- *Calculus: Early Transcendentals*, Phiên bản thứ 7, tương tự như cuốn giáo khoa hiện tại ngoại trừ việc các hàm mũ, hàm logarit, và hàm lượng giác ngược được giới thiệu trong học kỳ đầu tiên.